

標準化與標準分數

同分，卻不同價值

▶ 想像一個情境

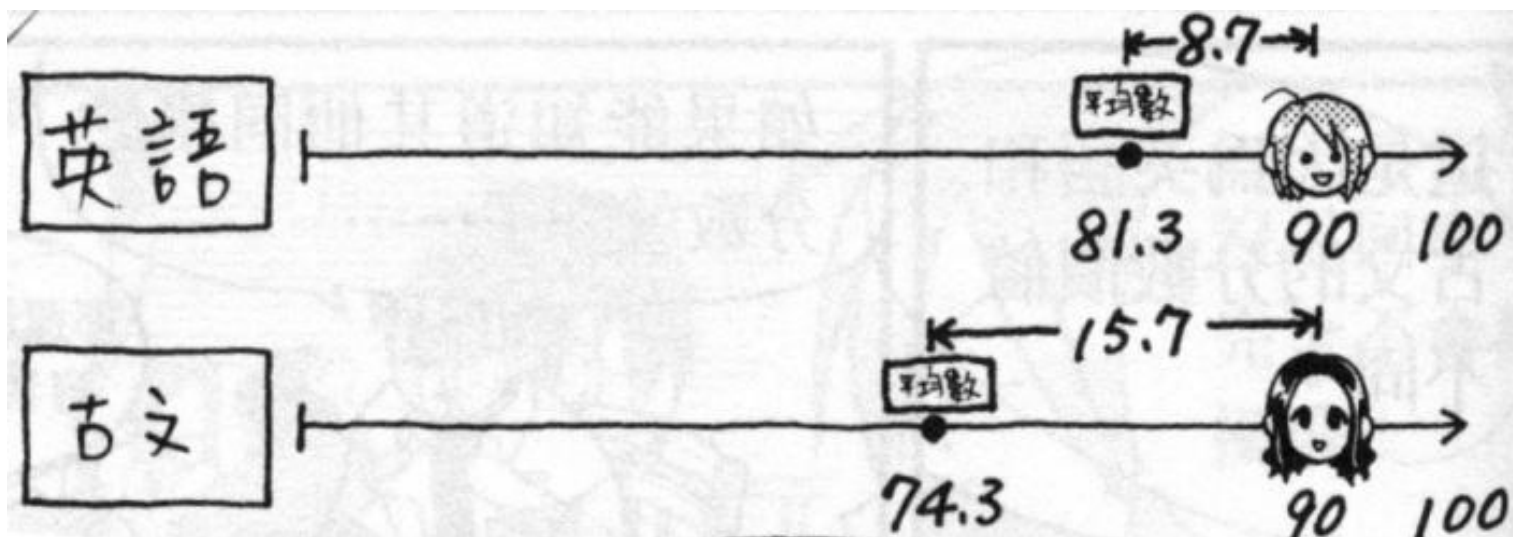
- ▶ 不同科目的成績相同，為什麼有差別？

測驗結果(100分滿分)

	英語	古文		英語	古文
琉衣	90	71	H	67	85
由美	81	90	I	87	93
A	73	79	J	78	89
B	97	70	K	85	78
C	85	67	L	96	74
D	60	66	M	77	65
E	74	60	N	100	78
F	64	83	O	92	53
G	72	57	P	86	80

同分，卻不同價值 (續)

- ▶ 想像一個情境
 - ▶ 不同科目的成績相同，為什麼有差別？



- ▶ 原來是**和平均數的差距**不一樣

同分，卻不同價值 (續)

▶ 想像第二個情境

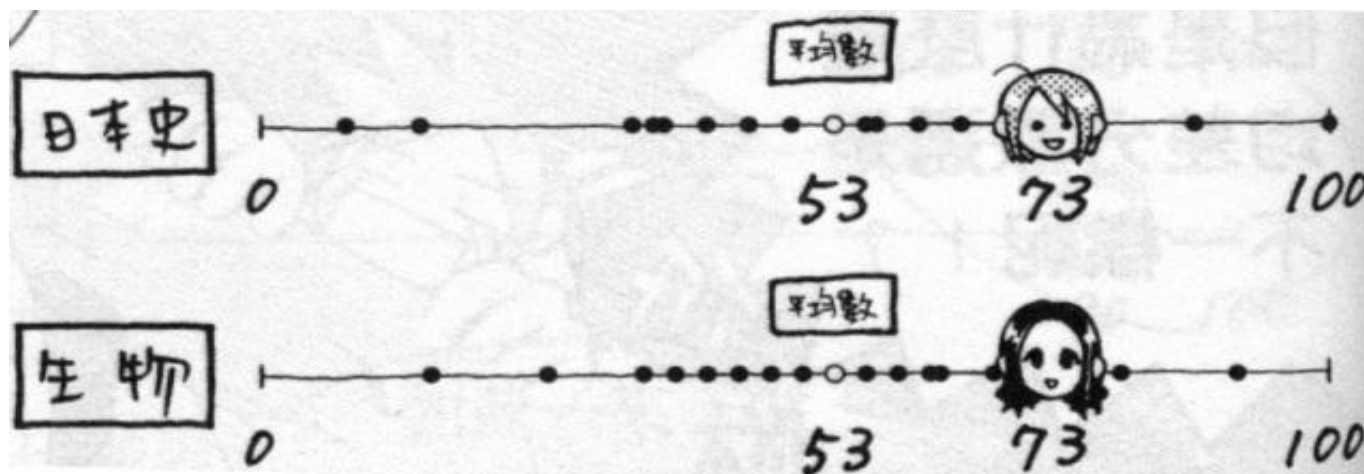
- ▶ 不同科目的成績相同，且不同科目的平均數也一樣，為什麼還是有差別？

	日本史	生物		日本史	生物
琉衣	73	59	H	7	50
由美	61	73	I	53	41
A	14	47	J	100	62
B	41	38	K	57	44
C	49	63	L	45	26
D	87	56	M	56	91
E	69	15	N	34	35
F	65	53	O	37	53
G	36	80	P	70	68
			平均數	53	53

同分，卻不同價值 (續)

▶ 想像第二個情境

- ▶ 不同科目的成績相同，且不同科目的平均數也一樣，為什麼還是有差別？



- ▶ 原來是資料的離散程度不一樣
- ▶ 以考試的語言來說，生物的1分比較重要
 - ▶ 1分會大大影響排名

標準化與標準分數

▶ 標準化

- ▶ 以距離平均數的差距與資料的離散程度為基礎，將分數的價值轉換成易於討論的資料

▶ 標準分數

- ▶ 即是標準化後的資料
- ▶ 標準分數 = $\frac{\text{每筆資料} - \text{平均數}}{\text{標準差}}$

標準化與標準分數 (續)

日本史和生物的測驗結果及其標準分數

	日本史	生物	日本史的標準分數	生物的標準分數
琉衣	73	59	0.88	0.33
由美	61	73	0.35	1.09
A	14	47	-1.71	-0.33
B	41	38	-0.53	-0.82
C	49	63	-0.18	0.55
D	87	56	1.49	0.16
E	69	15	0.70	-2.08
F	65	53	0.53	0
G	36	80	-0.75	1.48
H	7	50	-2.02	-0.16
I	53	41	0	-0.66
J	100	62	2.07	0.49
K	57	44	0.18	-0.49
L	45	26	-0.35	-1.48
M	56	91	0.13	2.08
N	34	35	-0.84	-0.98
O	37	53	-0.70	0
P	70	68	0.75	0.82
平均	53	53	0	0
標準差	22.7	18.3	1	1

就是 琉衣的日本史標準分數 $\frac{73-53}{22.7} = \frac{20}{22.7} = 0.88$
 這樣呀—

由美的生物標準分數 $\frac{73-53}{18.3} = \frac{20}{18.3} = 1.09$

標準分數的特徵

① 無論作為變數的滿分為幾分，其標準分數的平均數勢必為0，而其標準差勢必為1。

滿分為100分的考試和滿分為200分的考試也可以比較喲！



② 無論作為變數的單位是什麼，其標準分數的平均數勢必為0，而其標準差勢必為1。

安打率和全壘打數等即使單位不同也可以比較。



為什麼標準分數的平均數是0，標準差是1？

例題

下表為高中女子 100 公尺短跑結果的記錄。

	100公尺 短跑(秒)
A同學	16.3
B同學	22.4
C同學	18.5
D同學	18.7
E同學	20.1
平均數	19.2
標準差	2.01

- (1) 請確認「100 公尺短跑的標準分數」之平均數是否為 0。
- (2) 請確認「100 公尺短跑的標準分數」之標準差是否為 1。

T分數(離均差分數)

▶ T分數

▶ T 分數 = $10 \times$ 標準分數 + 50

▶ 特徵

▶ T 分數的平均數為50

▶ T 分數的標準差為10

▶ 為什麼？ T 分數的平均數、標準差和上面的數字有關係嗎？

(補充) 標準分數的平均數為0

▶ 標準分數 = $\frac{\text{每筆資料}-\text{平均數}}{\text{標準差}}$

▶ 平均數 = $\frac{\text{每筆資料的總和}}{\text{個數}}$

標準分數的平均數

$$= \frac{\text{標準分數的總和}}{\text{個數}}$$

$$= \frac{1}{\text{個數}} \times \left[\left(\frac{\text{每筆資料}-\text{平均數}}{\text{標準差}} \right) \text{的總和} \right]$$

$$= \frac{1}{\text{個數} \times \text{標準差}} \times [\text{每筆資料的總和} - (\text{平均數}) \text{的總和}]$$

$$= \frac{1}{\text{個數} \times \text{標準差}} \times (\text{每筆資料的總和} - \text{每筆資料的總和})$$

$$= 0$$

(補充) 標準分數的標準差為1

$$\text{▶ 標準差} = \sqrt{\frac{(\text{每筆資料}-\text{平均數})^2}{\text{個數}}}$$

標準分數的標準差²

$$= \frac{(\text{標準分數}-\text{標準分數的平均數})^2 \text{的總和}}{\text{個數}}$$

$$= \frac{1}{\text{個數}} \times [(\text{標準分數})^2 \text{的總和}]$$

$$= \frac{1}{\text{個數}} \times \left[\left(\frac{\text{每筆資料}-\text{平均數}}{\text{標準差}} \right)^2 \text{的總和} \right]$$

$$= \frac{1}{(\text{標準差})^2} \times \left[\frac{(\text{每筆資料}-\text{平均數})^2 \text{的總和}}{\text{個數}} \right]$$

$$= \frac{1}{(\text{標準差})^2} \times (\text{標準差})^2$$

$$= 1$$